

## El grupo $\mathrm{GL}_2(\mathbb{F}_2) = \mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_2)$

$$|\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}_p)| = (p^n - 1) \cdot (p^n - p) \cdots (p^n - p^{n-1}), \quad |\mathrm{SL}_n(\mathbb{F}_p)| = \frac{1}{p-1} \cdot |\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}_p)|.$$

Para  $p = 2$  tenemos

$$|\mathrm{GL}_2(\mathbb{F}_2)| = |\mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_2)| = (2^2 - 1)(2^2 - 2) = 6.$$

$$\mathrm{GL}_2(\mathbb{F}_2) = \mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_2) = \{I, A, B, C, D, E\},$$

donde

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### La tabla de multiplicación

.	$I$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$I$	$I$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$A$	$A$	$I$	$D$	$E$	$B$	$C$
$B$	$B$	$E$	$I$	$D$	$C$	$A$
$C$	$C$	$D$	$E$	$I$	$A$	$B$
$D$	$D$	$C$	$A$	$B$	$E$	$I$
$E$	$E$	$B$	$C$	$A$	$I$	$D$

### La tabla de multiplicación de $S_3$

$\circ$	id	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$
id	id	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$
$(1\ 2)$	$(1\ 2)$	id	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$
$(2\ 3)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	id	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$
$(1\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	id	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$
$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3\ 2)$	id
$(1\ 3\ 2)$	$(1\ 3\ 2)$	$(2\ 3)$	$(1\ 3)$	$(1\ 2)$	id	$(1\ 2\ 3)$